选择公理在数学中的作用和地位

郭世铭 （中国政法大学）

一、选择公理

近代著名的数学家兼逻辑学家弗雷格(G. Frege)和罗素(B. Russell)等人认为数学可以归约为逻辑．也就是说，全部数学知识都可以利用逻辑公理加以定义和证明．这种观点史称“逻辑主义”．逻辑主义学派的努力，集中地表现在从1910年开始陆续出版的由罗素和怀德海(A. N. Whitehead)合著的三大卷《数学原理》(*Principia Mathematica*)之中．然而结论却是否定的：仅靠逻辑公理并不能定义和推出数学，还得加上两条非逻辑公理——无穷公理和选择公理．罗素和怀德海的工作虽未能如预期的那样从逻辑推出数学，却意外地证明了全部数学都可嵌入集合论，从而使支脉纷繁的数学有了一个共同的基础．

无穷公理就是断言无穷集合的存在．100多年前，当集合论刚刚问世的时候，不少人（包括一些著名的数学家）对无穷集合的实在性是持怀疑甚至否定态度的．但到《数学原理》问世的年代，人们已经普遍接受了诸如“全体自然数的集合”、“全体实数的集合”这类无穷集合的实在性，于是无穷公理作为现代数学大厦的一根支柱也就是一件顺理成章的事了．

选择公理则不然．它的一些微妙性质使得人们对它难以决定取舍．从1904年到1963年的整整60年中，它一直是数学和数理哲学的中心论题之一．这种讨论直到今日也未完全结束．

选择公理(axiom of choice,简记为AC)有种种陈述方式，下面一种是最为常用的：

选择公理(AC) 对任何由非空集合组成的族$\mathscr{F}$，存在一个集合Y，使对任意的$X\in\mathscr{F}$，X和Y恰有一个公共元素．

我们称Y为$\mathscr{F}$的代表元素集．

1904年，策墨罗(E. Zermelo)在证明良序定理时，首次给出了一组集合论公理，其中就包括选择公理．此后，又经他本人和弗兰克尔(A. Fraenkel)等人的补充，形成了如今使用最广的集合论公理系统，即ZFC系统．此后，贝尔奈斯(P. Bernays)、奎恩(W. V. Quine)等人又陆续提出了另外一些集合论公理系统，其中都有选择公理．这些公理系统虽说语言、强度各不相同，但就本文所涉及的两个内容——选择公理在数学中的作用及其与其他集合论公理的关系——而言，采用哪个公理系统都一样．因此我们可以笼统地将选择公理以外的（随便哪个公理系统中的）集合论公理组记作$\mathscr{A}$．

尽管直到1904年选择公理才正式提出，然而对选择公理的不自觉的使用却是由来已久的．

在数学证明中常有这样的事情：我们需要从无穷多个集合的每个集合中各取出一个元素，用它们组成一个新的集合（如各等价类的代表元素集）．如果真是采用逐个挑选的办法，那就要到无穷多步之后才能断言这个集合的存在．这是不行的．因为到上世纪末已经明确：一个数学证明必须在有限步之内完成．

如果我们能找到一个性质P，并证明上述无穷多个集合的每个集合中恰有一个元素具有性质P，那就可以根据并集公理和子集公理来断言这种代表元素集的存在——令$S=\{x:x\in\bigcup\mathscr{F}\wedge P(x)\}$（其中$\mathscr{F}$表示由上述无穷多个集合组成的集合族）即可，从而避开了无穷多次的具体选择．

但是在很多重要的场合是找不到这种性质的．罗素曾以无穷多双鞋和无穷多双袜子为例说明这一点：

设有无穷多双鞋，我们想要建立一个集合，使它恰好含有每双鞋中的一只．这是不必进行无穷多次选择的．因为鞋分左右脚，我们只要取全部的左脚鞋就可以了．这“左脚鞋”就是上面所说的性质P，于是“由全体左脚鞋组成的集合”的存在性就由并集公理和子集公理得到保证．

如果是散乱的无穷多双袜子，上述方法就行不通了．袜子不分左右，没有一个统一的性质把它们区分开．这时就只好求助于选择公理．

在数学的实例中，性质P通常都与某种（统一的）良序有关．比如说当$\mathscr{F}$是由无穷多个自然数集合组成的集合族，要从$\mathscr{F}$中每个集合里取出一个元素，是不必用选择公理的．因为自然数集合是良序的，每个

© 1994-2011 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

自然数集合都有最小元，所以只要取每个集合中的最小元即可．但如果$\mathscr{F}$是由无穷多个实数集合组成的，情况就不一样了．我们不能保证每个实数集合都有诸如最小元之类的元素，于是也只好求助于选择公理．

二、选择公理在数学中的作用

我们先来看两个例子．

例 1　关于实函数f在某点c的连续性，通常有两种定义方法：

序列型定义：如果对每个满足$\lim_{n\to\infty} x_n=c$的序列$\{x_n\}$都有$\lim_{n\to\infty} f(x_n)=f(c)$，则称函数$f$在$c$点连续．

ε-δ型定义：如果对任给的$\varepsilon>0$，都存在$\delta>0$，使当$|x-c|<\delta$时有$|f(x)-f(c)|<\varepsilon$,则称函数f在c点连续．

普遍认为这两种定义是等价的，而且确实证明了这一点．然而在证明中却不可避免地(隐含地)用到了选择公理．具体地说,是在证明“若f按序列型定义在c点连续，则按ε-δ型定义在c点也连续”时用到了选择公理．例如常用下面的反证法：

设f按ε-δ型定义在c点不连续，即存在$\varepsilon_0>0$，使对任意的$\delta>0$，都有$x(\delta)$满足$|x(\delta)-c|<\delta$，但$|f(x(\delta))-f(c)|\geq\varepsilon_0$．依次取$\delta=0.1$，$0.01$，…，$(0.1)^n$,…,即可得到相应的$x_1,x_2,\cdots,x_n,\cdots$，使$x_n\to c$但$f(x_n)\not\to f(c)$，从而$f$按序列型定义在$c$点也不连续．

这个证明在从$\delta=0.1,0.01,\cdots$到$x_1,x_2,\cdots$时隐含地使用了选择公理．因为对每个δ并不是只有一个$x(\delta)$满足$|x(\delta)-c|<\delta$，而$|f(x(\delta))-f(c)|\geq\varepsilon_0$的(事实上有无穷多个$x(\delta)$满足这一点)这些$x(\delta)$中也未必有最大或最小的．我们事实上是从$\delta$的无穷多个值($\delta=0.1$，$0.01$,…)所决定的无穷多个集合$\{x_n(\delta)\}$($n=1$, 2, …)的每个集合中各取一个$x_n$，组成$\{x_n\}$，从而使用了选择公理．

例 2　“可数多个可数集的并集仍是可数集．”这是一条在集合论、测度论、函数论、代数、拓扑等诸多领域中应用极广的定理．一般教科书上都这样证明：

设S_0，S_1，S_2，…是可数多个可数集．由于每个S_i ($i=0$, 1, 2, …) 都可数，因此它们的元素都能以自然数为下标列出，依次列出如下：

S_0: a_{00}, a_{01}, a_{02}, a_{03}, …

S_1: a_{10}, a_{11}, a_{12}, a_{13}, …

S_2: a_{20}, a_{21}, a_{22}, a_{23}, …

S_3: a_{30}, a_{31}, a_{32}, a_{33}, …

……

于是$\bigcup_{i=0}^{\infty} S_i$的元素就可列出如下：

a_{00}, a_{01}, a_{10}, a_{02}, a_{11}, a_{20}, a_{03}, a_{12}, …

这个证明看上去完全是构造性的，并没有无穷多次选择．其实不然．事实上每个可数集S_i以自然数为下标列出元素的方法都不是唯一的(事实上有2^{ω}种列出方法)．因而，我们要构造出上面那个无穷方阵,就必须在S_0的各种列出方法中取定一种,在S_1的各种列出方法中取定一种，在S_2……．也就是必须做无穷多次选择，从而使用了选择公理．

下面我们再给出几个例子,都是一些熟知的结果，就不再加以分析和证明了．

例 3(良序定理)　每个集合都可良序

例 4(佐恩(Zorn)引理)　令$(P,<)$是一非空的偏序集，且P中的每个链都有上界，则P有极大元．

例 5(素理想定理)　每个布尔代数都有素理想．

例 6(超滤定理)　每个布尔代数都有超滤．

例 7(紧致性定理)　如果语句集Φ的每个有穷子集都有模型，则Φ有模型．

例 8　每个向量空间都有基．

例 9　自由群的子群都是自由群．

例10　任何域的代数闭包都存在并且（在同构的意义下)是唯一的．

例11　紧致空间族的乘积空间在其乘积拓扑之下仍是紧致的．

例12　对任何无穷基数κ，$\kappa^2=\kappa$．

这些例子涉及数学各个分支，其应用和意义自不待多言．需要指出的是，它们都是本质地依赖于选择公理的，即如果去掉选择公理,只从公理组$\mathscr{A}$出发,那末不仅不能证明这些结果，而且即使采用上述任何一例的否定作为假设，也不会导出矛盾．此外，良序定理、佐恩引理是与选择公理等价的；其余各例都弱于选择公理，其中素理想定理、超滤定理及紧致性定理又是彼此等价的．

三、选择公理的可靠性

选择公理是非构造性的，它只是断言某个集合存在，但并不能具体地给出它．根据选择公理，实数集合是可以良序的，然而直至今日我们仍不能实际构造出实数集合上的良序；根据选择公理，在自然数集合上可以建立二值测度，但也无法具体给出它的定义．这些情况都曾导致人们对选择公理的可靠性的疑问．

1905年，维他利(G. Vitali)证明了

例13(维他利定理)　存在非勒贝格可测的实数集合．

证　在[0, 1]上定义关系～：当且仅当$x-y$是有理数时，$x\sim y$．易证～是一等价关系．对～等价类的族$\{[x]_\sim : x\in[0, 1]\}$使用选择公理，得到代表元素

© 1994-2011 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

集 D. 设[−1, 1]中的全部有理数为：$r_0(=0)$, r_1, r_2, …, 定义 $D_i=\{x+r_i: x\in D\}(i=0, 1, 2, \cdots)$，易证 $D_i(i=0, 1, 2, \cdots)$是两两不交的，并且

$$[0, 1]\subseteq\bigcup_{i=0}^{\infty}D_i\subseteq[-2, 2]. \qquad (1)$$

若 D 可测，则对每个 i, D_i 都可测且其测度 $\mu(D_i)=\mu(D)$. 于是根据(1)式，无论 $\mu(D)=0$ 还是 $\mu(D)>0$ 都将导致矛盾. 故 D 是不可测的.

此后，豪斯道夫(F. Hausdorff)、巴拿赫(S. Banach)、塔斯基(A. Tarski)等人又陆续证明了：

例14(分球悖论) 可以把一个球分成有限份，然后再重新组合起来得到两个与原先球一样大小的球.

分球悖论的证明可以参看文[1, 2]. 这里只想指出，这个证明除去用到一些(比较初等的)群论知识外，其基本步骤与维他利定理的证明一样——对定义在球面上的一个等价关系的等价类的族使用选择公理.

分球悖论虽不是像罗素悖论那样的逻辑悖论，但毕竟与人们的常识大相径庭. 这自然就引起了种种疑问，给选择公理的可靠性蒙上一层阴影. 这导致了两个方面的研究工作：一是寻找选择公理的一些弱形式，以期尽可能多地保留其"有益"的结果，而避开诸如分球悖论之类的"有害"结果；二是研究选择公理与集合论的其他公理(即公理组$\mathscr{A}$)之间的关系(即相对一致性和独立性).

四、选择公理的弱形式

在寻找选择公理弱形式方面，主要结果是可数选择公理(CC)和依赖选择公理(DC).

可数选择公理允许作可数多次选择，即允许对可数的集合族$\mathscr{F}$使用选择公理.

依赖选择公理则断言：若 R 是非空集合 S 上的二元关系，且对每个 $x\in S$ 都有 $y\in S$ 满足 xRy，则存在一个序列 x_0, x_1, …，使对每个自然数 i 有 x_iRx_{i+1}.

有 AC⇒DC⇒CC，但反向的蕴涵关系都不成立.

利用依赖选择公理(或可数选择公理)可以保留分析数学中的绝大多数结果(例如前面的例1和例2). 但在逻辑、代数、拓扑等领域中，靠选择公理证出的那些带普遍性的结论(如例3～12)都不能由依赖选择公理得到 不过对于我们最常遇到的一些具体对象也能得到一些结论，当然，在超穷领域(如基数运算法则)依赖选择公理就起不了什么作用了.

五、内模型法

所谓相对一致性就是说：如果$\mathscr{A}$是一致的，那末$\mathscr{A}$+AC仍一致(即由$\mathscr{A}$推不出┐AC)；而独立性则是说：如果$\mathscr{A}$一致，则$\mathscr{A}$+┐AC仍一致(即由$\mathscr{A}$推不出AC). 这两条性质都要有"$\mathscr{A}$一致"这个假设.

根据哥德尔的完全性定理，当且仅当语句集$\mathscr{A}$有模型时，$\mathscr{A}$一致. 相对一致性和完全性的证明方法都是从$\mathscr{A}$的一个(假定的)模型出发，制造出$\mathscr{A}$+AC和$\mathscr{A}$+┐AC的模型.

由已有的模型制造新模型的方法可以分两大类——内模型法和外模型法. 内模型法是在原模型中"挖"出一部分而构成新模型；外模型法则是将一些新成分添进原模型而构成新模型.

1938年哥德尔(K. Gödel)证明了选择公理相对于$\mathscr{A}$的一致性. 他的方法是典型的内模型法.

假如$\mathscr{A}$一致，那末它有模型V. 我们就从V出发构造新模型. 哥德尔定义了8种生成集合的运算，然后在V中依全体序数为序，从空集出发反复施行这8种运算. 这样对V中的每个序数都可得到一个集合. 如此生成的集合称为可构成集. 由V中全体可构成集组成的类记作L. 显然$L\subseteq V$(但不知道是否$V=L$).

哥德尔在此基础上经过一番冗长而又繁琐的有关"绝对性"的讨论之后，证明了如下两个事实：

1. L 也是$\mathscr{A}$的模型，而且 L 中的序数就是 V 中的序数；

2. 以 L 取代 V，再度施行8种运算，所得到的(新的)可构成类仍是 L.

换句话说，L 不仅满足公理集$\mathscr{A}$，而且满足语句"每个集合都是可构成的"(这个语句记为 $V=L$) 因而如果$\mathscr{A}$一致，则$\mathscr{A}+(V=L)$仍一致. 但 $V=L$ 可以推出 AC(因为全体可构成集与序数建立了一一对应关系，所以全体可构成集有一个统一的良序. 现在 $V=L$，于是一切集合都可统一地良序，这就得到了AC)，于是$\mathscr{A}$+AC一致.

最早的独立性结果是弗兰克尔在1924年得出的. 他证明了在带原子的集合论中如果$\mathscr{A}$一致，则$\mathscr{A}$+┐AC也一致. 弗兰克尔的方法叫置换法，它的证明是建立在某些原子的不可分辨性上的. 这种方法对于不带原子的集合论公理系统是无效的，而这种集合论又是最为常用的.

六、力迫法

哥德尔的证明发表之后，自然会想到用类似的方法证明选择公理的独立性，但没有成功. 后来发现，内模型法有它的局限性：如果用内模型法证明了语句α的相对一致性，就不可能再用内模型法证明┐α的相对一致性(即α的独立性)，因此只能走外模型的路子.

经过几十年的努力，科恩(P. Cohen)于1963年最终解决了选择公理的独立性的问题.

© 1994-2011 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

科恩的方法叫力迫法，其基本思想是这样的：

根据勒文海姆-斯柯伦(Lõwemheim-Skolem)定理，如果$\mathscr{A}$一致，那末$\mathscr{A}$有可数模型．如果再采用比“$\mathscr{A}$一致”稍强一点的假设“$\mathscr{A}$有标准模型”，则可证明$\mathscr{A}$有极小模型(当然是可数的)M．

当我们依M中的序数为序，从空集（或M中的一个集合)出发，实施哥德尔的构造过程(反复使用8种运算)，所得到的可构成类仍将是M(因它是极小模型)．如果把M外的一个集合G(或一系列集合G_δ)加到M之中，然后从它(它们)出发再实施哥德尔的构造过程，当然也会得到一个类，记为$M[G]$(或$M[G_\delta]$)．此时有$M\subseteq M[G]$，但$M[G]$却未必仍是$\mathscr{A}$的模型．

科恩的力迫法解决了这个问题．

科恩在形如$n\in G$及$n\notin G$(或$n\in G_\delta$及$n\notin G_\delta$)的原子语句所组成的一致的有限集合P(所谓一致是指对任何具体的k，$k\in G$和$k\notin G$不能都在P中)与集合论的语句α之间建立了一种力迫关系（P称为力迫条件或信息集)，记作

$$P\Vdash\alpha.$$

力迫关系的要点在于：

1．一旦有$P\Vdash\alpha$，则对P的每个扩充$Q\supseteq P$，都有$Q\Vdash\alpha$，而决不会有$Q\Vdash\neg\alpha$．

2．当且仅当对P的每个扩充Q都有$Q\nVdash\alpha$（$\nVdash$表示“不力迫”)时，$P\Vdash\neg\alpha$．

3．当且仅当对P及任何项t都有$P\Vdash\alpha(t)$时，$P\Vdash\forall x\alpha(x)$．

如果有一列信息集$P_0\subseteq P_1\subseteq\cdots\subseteq P_n\subseteq\cdots$，使对每个公式$\alpha$都有$n$满足$P_n\Vdash\alpha$，或$P_n\Vdash\neg\alpha$，则称$\{P_n\}$为完全的信息序列．

每个信息集都可以扩充成一个完全的信息序列．

每个完全的信息序列$\{P_n\}$都决定了一个集合G(或一系列集合G_δ)．因为P_n就是由形如$k\in G$或$k\notin G$的语句组成的．

科恩证明，当且仅当存在n使$P_n\Vdash\alpha$时，α在$M[G]$(或$M[G_\delta]$)中真．

这样，$M[G]$是否为$\mathscr{A}$的模型就取决于生成G的完全信息序列$\{P_n\}$是否能(逐步)力迫$\mathscr{A}$的全部公理．

科恩构造出一个完全信息序列$\{P_n\}$，它生成一系列的G_δ，他证明$M[G_\delta]$是$\mathscr{A}$的模型，但其中的实数集合是不可良序的，即$\neg$AC在$M[G_\delta]$中真．这就完成了AC独立于$\mathscr{A}$的证明．

关于哥德尔和科恩证明的细节可参看文[2～4]．

力迫法是构造外模型的一种强有力的方法，科恩用它还证明了$V=L$的独立性及著名的连续统假设的独立性，此后又有不少集合论学者改进和发展了力迫方法，证明了一大批独立性结果．对力迫法的发展和研究至今仍是集合论中的热门课题[5,6]．

顺便说一句，外模型法没有内模型法的那种局限性：用它也可以证明选择公理的一致性．

科恩和哥德尔的结果表明：第一，为了保持数学的原有面貌，我们不得不使用选择公理，那些获得公认的公理$\mathscr{A}$并不能取代它；第二，我们可以放心使用选择公理，不会因此而导致逻辑矛盾．

但是，这并没有解决选择公理的真理性问题．这个问题目前还无从论起，因为选择公理的作用在于超穷领域，只与数学和逻辑有关，各个经验学科都还远未涉及这个领域．

七、决定性公理

60年代一些数学家发现无穷对策论中的决定性公理(AD)[7]可以推出实数不可良序，从而与选择公理矛盾．于是集合论学者就把决定性公理引入集合论作为一条假设加以深入研究，结果得出很多有意思的推论．在决定性公理与选择公理的关系方面，至今并无很多明确的结果．虽然选择公理与决定性公理矛盾，但却未发现选择公理的弱形式（比如依赖选择公理和可数选择公理)与决定性公理矛盾(当然也未能证明它们一致)，也未发现决定性公理的一些弱形式(如射影决定性公理PD)与选择公理矛盾(当然也未能证明它们一致)．因此常常是决定性公理与依赖选择公理并用，或选择公理与射影决定性公理并用．在近20多年发展起来的描述集合论中就是把选择公理和射影决定性公理都当公理使用的，并因此得到了有关射影集的很多重要结果，使几乎停顿了30年的关于射影集的研究又兴盛起来．

由于决定性公理的陈述远不如选择公理简单和直观，而且决定性公理在数学中的应用也远不如选择公理广泛，特别是关于决定性公理的相对一致性研究迄今无结果，所以即使是采用它来作研究的人也只是把它当作一条假设而不是真当公理使用，因此它也就远不如选择公理那样广为人知．

[1] Hausdorff F.（张义良，颜家驹译)，《集论》，科学出版社(1960)

[2] Jech T. J., *The Axiom of Choice*, North-Holland (1973)

[3] Gödel K., *Proc. Nat. Acad. USA*, **24** (1938) 556

[4] Cohen P., *Set Theory and the Continuum Hypothesis*, Benjamin (1966)

[5] Kunen K., *Set Theory: an Introduction to Independence Proofs*, North-Holland (1980)

[6] Shelah S., *Proper Forcing*, *Lecture Notes in Mathematics* 940, Springer (1982)

[7] 孙文植，王元元，《自然杂志》，**6**(1983) 184

© 1994-2011 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

自从1978年研究三十烷醇以来，我们发现由以油菜花粉为蜜源的蜂蜡制备的三十烷醇原粉及皂化液中含有几种吸收紫外线的非烷醇物质．用高压液相色谱精制后的浓缩物经过质谱、红外光谱、气相-质谱联用仪分析及生物鉴定等方法确定了其中有一个提取物在化学组成、结构和生物活性等方面与合成样油菜素内酯相似．这在国内外尚无报道．

采用Wada等的生物鉴定法[3]的试验结果表明，蜂蜡中的提取物与合成的油菜素内酯具有相似的生物学效应，能在ppb级浓度下强烈促进水稻黄化苗第二叶(即第一片完全叶)切段弯曲，而吲哚乙酸(IAA)和赤霉素(GA_3)仅具微弱效应(表1)．

此外，提取物和合成的油菜素内酯明显促进水培稻苗（广陆矮4号）的胚芽鞘伸长（表2)．

表2 蜂蜡中提取物与合成的油菜素内酯对水稻胚芽鞘伸长的促进作用

处理＼重复	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	X̄	%
CK（吉田昌一氏水稻培养液）	0.60	0.55	0.65	0.60	0.60	100.0
提取物（10ppb）	1.52	1.43	1.42	1.28	1.41	235.4
合成样（10ppb）	1.60	1.30	1.40	1.40	1.43	248.3

注：培养条件是，昼温25℃，夜温20℃；碘钨灯光，klux,日照8小时；苗龄10天．

[1] Grove M. D. *et al*., *Nature*, **281** (1979) 216
[2] 骆炳山，《植物生理学通讯》,1(1986)11
[3] Wada K. *et al*., *Plant Cell Physiol*., **22** (1981) 323

(1986年6月2日收到)

编 后

探索复杂性是一门十分广泛的交叉科学，现正引起了国内外众多学者的关注．它也是当今科学发展的一个重要趋势，不少学者已从“简单性”的研究转向“复杂性”的研究．著名科学家普利高津的新作《探索复杂性》一书，正日益受到人们的重视．《复杂性现象的研究》一文对这一新课题作了综述和评论，谅广大读者阅后不无裨益．

标志着经典力学科学体系和引力论创立的牛顿名著《自然哲学的数学原理》出版已300周年了，本期发表《牛顿引力论对于天体研究的影响及其与广义相对论的关系》一文，以志纪念．

在目前公认的集合论公理系统中，选择公理是一条比较特殊的公理：它是一条必需的公理，少了它，许多基本的数学结论便不能成立；它又是一条危险的公理，从它可以推出与人们经验常识大相径庭的“分球悖论”．因此这条公理引起数学家和逻辑哲学家的浓厚兴趣就不足为怪了．《选择公理在数学中的作用和地位》介绍了有关这条公理的各种背景内容，可供对这个论题感兴趣的读者参考．

随着城市现代化的不断提高，城市垃圾将越来越多，问题日趋严重，因此合理地开发城市垃圾是一个极为重要的问题．《城市垃圾问题》一文提供了许多有力的数据，可供读者参考．相信文章的刊登将使人们对如何认真处理日常生活中随时遇到的“垃圾”产生有益的思考．一些发达国家行之有效的研究成果，也将对我国从事此项研究的科技工作者和领导同志有所启迪；我们希望有更多的科技人员、领导干部对这一问题提出探讨，以使我国人民能尽早生活在清洁、美丽、舒适的环境中．

南京大学大米草及海滩开发研究所化学生态室等单位对生物矿质水进行了研究，并已通过鉴定．他们通过对海滩盐沼植物的多年研究发现它是海水营养成分的有效转化器，这种由生物转化过的“浓海水”，可被抽提出来，经过一系列加工和稀释，便成为对人体健康十分有益的生物矿质水．生物矿质水的开发研究，是向海洋索宝的一个创举．向海水索取营养，变不能饮的海水为能饮用，对人类的健康和高效的开发利用来说是十分重要的．《矿泉水和生物矿质水》一文概述了作者的此项研究成果．

60年代以来，在天津(T)-上海(S)-遵义(Z)等地相继建立了T638、L6565、L615、L795、L783小鼠白血病和SRS淋巴瘤瘤株，形成一个具有我国特点的实验性白血病系统，它们有共同的起源，在脾脏、胸腺和淋巴结的超薄切片中都可观察到A型和C型病毒颗粒，并证明病毒具有致白血病活性．作者对这些白血病株和淋巴瘤的生物学、病理学、免疫学、超微结构和病毒的分离提纯、逆转录酶活性以及前病毒DNA等方面等进行了系统的研究，结果表明T-S-Z白血病系统是研究白血病的病因-发病学和实验性治疗的良好模型．《实验性T-S-Z白血病系统的研究(1980～1986)》概述作者的此项研究成果，值得一读．

© 1994-2011 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net